論文

体積を保存する高速なメッシュ変形手法

Fast Volume-Preserving Mesh Deformation

土場 健太郎†，正会員 増田 宏††

Kentaro Doba† and Hiroshi Masuda††

Abstract Interactive mesh editing techniques are commonly used for creating a new mesh model by deforming existing mesh models. In surface-based deformation, geometric shapes are encoded using differential equations, and they are deformed so that the equations and other constraints are satisfied in a least-squares sense. Although constraints are typically approximated as linear equations, constraints that preserve volume require nonlinear equations. In such cases, it is time-consuming to solve the nonlinear equations. In our method, we enclose a mesh model with multiple overlapping lattices so that a subset of vertices is shared by two or more lattices. Then, the vertex coordinates in equations are replaced by the coordinates of the lattices. Vertices shared by multiple lattices are used to propagate deformation between disconnected lattices. Our method makes it possible to efficiently solve non-linear equations and interactively deform mesh models while preserving the volume of mesh models.

キーワード：コンピュータグラフィックス，メッシュ編集，デフォーメーション，体積保存

1. まえがき

近年，メッシュモデルの詳細形状を保存しながら簡単かつ直感的に形状を変形する手法の研究が活発に行われている[1)〜4)]．これらの手法では，メッシュの各頂点における離散平均曲率を，頂点座標を変数とした線形方程式で記述する．メッシュ変形では，ユーザがハンドル頂点と固定頂点を指定し，平均曲率をできる限り保存するように頂点座標が決められる．ハンドル頂点とはユーザが直接移動させる頂点のことである．ハンドル頂点が移動すると，それに追随して曲面全体が変形する．

こうした変形手法では，すべての制約を線形化し，線形ソルバを用いて高速に解を算出する．しかし，変形の品質を向上させるには体積保存など非線形の制約も有効である[5)6)]．ここで述べる品質とは，実世界の物体やキャラクタと比較して，対象とするモデルが違和感なく変形できているかを指すものとする．**図1**は，体積制約を用いた場合と用いない場合の比較を示している．体積制約を用いない変形では急激なへこみが生じているが，体積保存制約を追加することで自然な変形が実現できていることがわかる．

しかしながら，非線形の制約の解法には繰り返し計算を必要とするため計算時間がかかり，そのままではインタラクティブな変形は難しい．

非線形の制約を満たしつつ高速な変形を実現する手法として，変数変換を行って変数の個数を少なくする計算法が提案されている．Huang ら[5)] は，**図2**に示すように，変形したいメッシュモデルを，変形を制御するための粗いメッシュ（以下，制御メッシュと記す）で囲み，メッシュの頂点座標を制御メッシュ座標の線形和で置き換え，変数の個数を減らして計算を行った．ただし，この方法では，変形の際の繰り返し計算の中で，密な行列から構成される線形システムを解く必要がある．そのため，制御メッシュの頂点数を多くすると行列計算のコストが大きくなり，インタラクティブな速度での変形が困難になる．一方で，少ない格子頂点数では，変形の自由度が制約を受けるため，不自然な変形になる恐れがある．すなわち，従来手法には，インタラクティブ性と変形品質がトレードオフの関係にあった．

本研究では，この問題を解決するために，複数の制御メッシュを導入して，計算の高速化と変形品質の向上を同時に実現する手法を提案する．以下，第2章で手法の概要を示し，第3章で詳細な計算手法について述べる．第4章で実験結果を示し，最後に結論を示す．

2008年9月3日受付，2009年1月15日再受付，2009年2月19日採録
†† 東京大学 大学院 工学系研究科
（〒113-8656 文京区本郷 7-3-1，TEL 03-5841-6511）
† 東京大学 大学院 情報理工学系研究科
（〒113-8656 文京区本郷 7-3-1，TEL 03-5841-6917）
†† School of Engineering, The University of Tokyo
(7-3-1 Hongo, Bunkyo-ku, Tokyo 113-8656)
† School of Information Science and Technology, The University of Tokyo
(7-3-1 Hongo, Bunkyo-ku, Tokyo 113-8656)

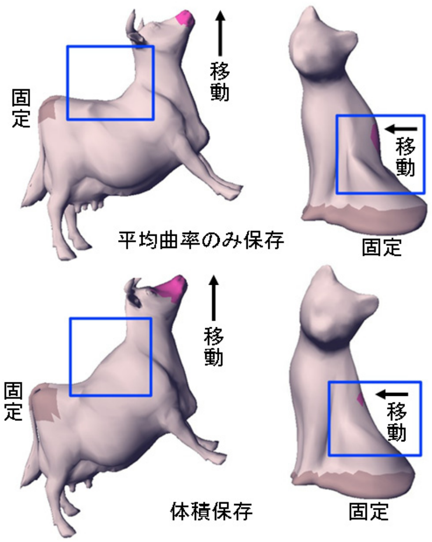

図 1　体積制約の有無による変形の比較
Effect of volume-preserving deformation.

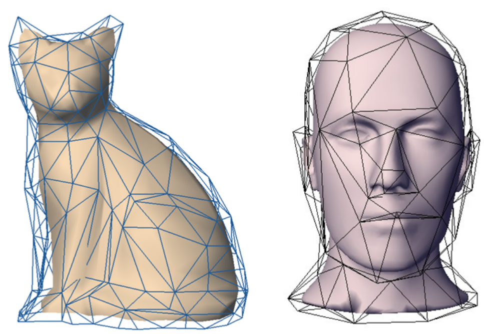

図 2　制御メッシュ頂点による変数変換
Change of variables by lattice points.

2. 非線形制約を含むメッシュ変形

2.1 形状変形のための評価関数

メッシュモデルの詳細形状は，各頂点での離散平均曲率と少なくとも一つの固定頂点によって記述できる [1)2)]．これらは線形式なので，X を頂点座標とする線形システム $\mathbf{A}X = \mathbf{b}$ で表現できる．ここで，頂点 i の座標を $\{x_i, y_i, z_i\}$ としたとき，メッシュに含まれる n 個の頂点座標を用いて $X = (x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2, ..., x_n, y_n, z_n)^T$ と表現される．また，$\mathbf{A}$ は，制約式が m 個のとき，$m \times 3n$ の行列となる．$\mathbf{b}$ は m 要素のベクトルであり，ハンドル頂点の座標を含んでいる．制約の個数は変数よりも多いので，最小 2 乗法を用いて，$\mathbf{A}^T\mathbf{A}X = \mathbf{A}^T\mathbf{b}$ の解を算出する．数万頂点程度であれば，コレスキー分解を用いた疎行列の線形ソルバによってインタラクティブな速度で解が得られる [4)]．

本研究では，変形の品質を向上させるため，メッシュの体積を保存する非線形制約 $g(X) = 0$ を導入し，以下のような制約付き最適化問題の解 X を求めることを考える．

$$\min_X ||\mathbf{A}X - \mathbf{b}||^2 \quad \textbf{subject to} \ g(X) = 0 \qquad (1)$$

この最適化問題は，非線形制約を持つために Newton 法などを用いた繰り返し計算を必要とする．インタラクティブな変形には，この式の解を高速に得ることが必要となる．

2.2 提案手法の概要

Huang ら [5)] は，非線形の最適化問題を高速に解くために変数変換を行った．図 2 に示すように，変形対象のメッシュモデルを粗い制御メッシュで囲み，メッシュモデルの各頂点を制御メッシュ座標の線形和で表現した．このとき，メッシュモデルの頂点座標 X は制御メッシュ座標を要素に持つベクトル P と係数行列 $\mathbf{W}$ を用いて，

$$X = \mathbf{W}P \qquad (2)$$

と書ける．この式を式 (1) に代入して P を算出し，次に式 (2) によってメッシュモデルの頂点座標を計算した．それにより，制御メッシュ頂点数が 450 頂点以下の例題でインタラクティブな変形が可能であることを示した．

しかしながら，式 (2) の行列 $\mathbf{W}$ は 0 成分を一つも含まない密な行列であるため，行列の前処理を行ってとしても，制御メッシュ頂点数の 2 乗オーダの計算量が必要となる．そのため，制御メッシュ頂点数を増やすことは難しい．一方で，制御メッシュが粗いと，メッシュ頂点は意図しない制御メッシュ頂点からの影響を強く受けることになり，変形した形状の品質が損なわれるという問題がある．

本研究では，単一の制御メッシュではなく，オーバラップする複数の制御メッシュによってメッシュモデルを囲むことで，高速かつ高品質なメッシュ変形を実現する．

図 3 に，制御メッシュを指定する手順を示す．我々の実装では，領域分割の仕方を指定するために，ユーザがスクリーン上でマウスを用いて閉領域を描く．次にシステムがその閉領域内部に投影されるメッシュの頂点を選び出して，それらを覆う制御メッシュを生成していく．閉領域は，隣接する閉領域とオーバラップするように選択する．

次に，選択領域のメッシュを切り出して，部分メッシュを作成する．この部分メッシュは閉じていないので，境界線を一周するループに囲まれた面を生成することで閉じた部分メッシュに変換する．この際，境界上の各頂点を 2 次元平面上の円弧上の点に写像し，これらの点に対してドロネー分割を施すことで三角形を生成する．円弧上への写像は，境界線の全長を L，境界上の隣り合う 2 点を $\mathbf{p}_i$, $\mathbf{p}_j$ とするとき，中心角が $2\pi|\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j|/L$ となるように行う．その後，制御メッシュにポリゴン簡略化 [7)] を施して頂点数を減らし，選択領域を覆うように制御メッシュにスケーリングを施す．なお，制御メッシュに面の反転や自己干渉が生じることがあるが，3.4 節で述べる平均値座標は問題なく計算ができるので，形状変形の計算に問題は生じない．

次に，制御メッシュを用いた変数変換によって，解くべき変数の個数を減らす．3.4 節で述べる平均値座標を用いると，制御メッシュ内部の頂点座標は，その制御メッシュを構成する頂点座標の線形和で置き換えられる．例えば，**図 4** に示すように，メッシュが 3 個の制御メッシュ A,B,C で

囲まれた場合，制御メッシュ A に含まれるメッシュ頂点 $\mathbf{x}_{i(A)}$ は制御メッシュ A の頂点座標 $\mathbf{p}_{j(A)}$ を用いて表現できる．制御メッシュ B, C 内の頂点も同様に記述できる．

このとき，制御メッシュをオーバラップが生じるように設定することにより，複数の制御メッシュに囲まれる頂点では，複数の置き換え表現を持つ．本手法では，これらの表現をブレンドすることによって，複数の制御メッシュ間で変形が伝播できるようにする．例えば，頂点 $\mathbf{x}_i$ が制御メッシュA, B の両方に含まれるとき，0 から 1 までの値を取る係数 α を用いて，以下の制約式を設定する．

$$\mathbf{x}_{i(A,B)} = \alpha \mathbf{x}_{i(A)} + (1-\alpha)\mathbf{x}_{i(B)} \tag{3}$$

α は **図 5** のように，頂点から制御メッシュ A, B への最短距離 d_A, d_B を用いて，式 (4) のように定義する．ここで，最短距離は，対象とする頂点から制御メッシュ上の最も近い頂点までの距離とする．

$$\alpha = d_A/(d_A + d_B) \tag{4}$$

本手法の利点は，領域分割を用いたことによる計算量の削減にある．領域分割を行うことにより，式 (2) の行列 $\mathbf{W}$ は **図 6** に示すように，メッシュ上の頂点 $\mathbf{x}_i$ に対して，自身を含む制御メッシュからのみ係数が割当てられる．それにより $\mathbf{W}$ は 0 成分を多く持つ疎行列になり，計算量が大幅に削減される．なお本論文では，複数の制御メッシュから構成された行列を，従来手法と区別して $\tilde{\mathbf{W}}$ と記す．

変数変換を行って 式 (1) を解くためには，3.5 節で示す式 (22)-(25) を解く必要があるが，Huang らの手法 [5] では，制御メッシュ頂点の変数の個数を n としたとき，計算量は n^2 のオーダとなる．我々の方法では，図 6 の各行に含まれる非 0 の要素数を m 個とすると，計算量のオーダは mn となる．すなわち，k 個の制御メッシュを用いて計算を行うことによって，行列の各行の非 0 の要素が約 $1/k$ になるので，計算時間を約 $1/k$ に減少させることができる．このことは，4 章の評価実験によって確認できる．

また，単一制御メッシュによる計算では，制御メッシュ頂点からの影響が距離のみによって決まるため，多関節を持ったモデルなどの場合に，意図しない歪みが生じることがあった．本手法では，例えば，足や手などのパーツごとに制御メッシュを作成することにより，意図しない制御メッシュからの影響を抑制することが可能である．(**図 8**).

3. メッシュ変形のための制約解法

3.1 線形制約

メッシュ変形においては，離散平均曲率と法線ベクトルの積である離散平均曲率ベクトルの変化を，変形の前後で最小化する [1]．離散平均曲率ベクトル $L_i(\mathbf{p})$ は，頂点 i の近傍頂点の集合 $N(i)$ を用いて，次式で計算される [8]．

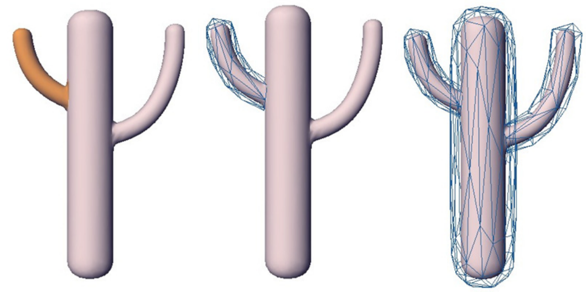

図 3　ユーザによるメッシュ領域の選択
Regions selected by the user.

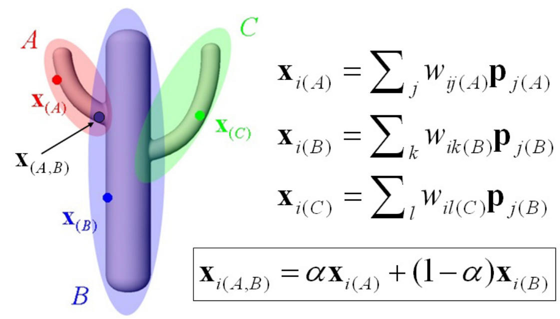

図 4　複数の制御メッシュ頂点による変数変換
Change of variables by multiple lattices.

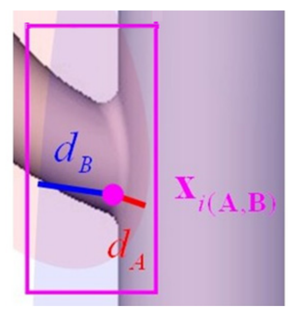

図 5　複数の制御メッシュに含まれる頂点の計算
Calculation of points in overlapping lattices.

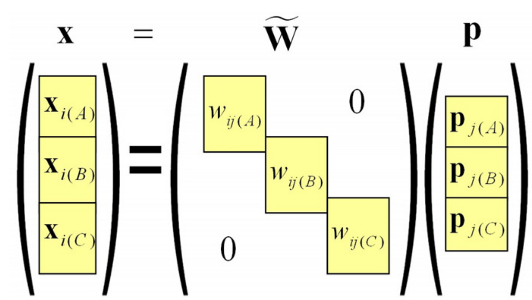

図 6　疎な係数行列
Sparse coeffience matrix compared to previous methods.

$$L_i(\mathbf{p}) \simeq \frac{1}{4\mathrm{A}_i} \sum_{j \in N(i)} (\cot\alpha_{ij} + \cot\beta_{ij})(\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j) = \boldsymbol{\delta}_i \tag{5}$$

ここで，$\boldsymbol{\delta}_i$ は変形前のメッシュにおける頂点i の離散平均曲率ベクトルの値，A_i はボロノイ面積である．ボロノイ面積とは，頂点 i を最近傍頂点として持つ領域の面積である．α_{ij} と β_{ij} は **図 7** に示す角度である．

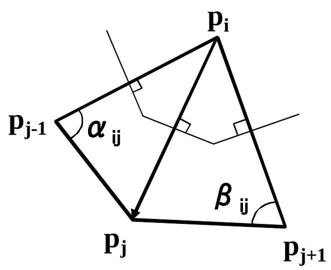

図 7　離散平均曲率の計算
Calculation of discrete mean curvature.

さらに，変形前後で位置が固定される固定頂点とユーザが操作するハンドル頂点の座標を $\mathbf{u}_i$ で表し，以下のような制約式を設定する．

$$\mathbf{x}_i = \mathbf{u}_i \tag{6}$$

式 (5)(6) は，制約式の係数を行列 $\mathbf{A}$ の各行に対応させることにより，一つの線形システムとして $\mathbf{A}X = \mathbf{b}$ と表現することができる．

3.2　体積保存の非線形制約

本研究では，メッシュの変形品質を向上させるため，前節で述べた線形制約に加えて，非線形である体積保存制約を導入する．メッシュの体積 $V(X)$ は，メッシュ上の三角形 T_{ijk} の頂点 i,j,k と原点の４点から構成される四面体の符号付き体積の総和により，以下の式となる．

$$V(X) = \sum_{T_{ijk}} \frac{1}{6}(\mathbf{x}_i \times \mathbf{x}_j) \cdot \mathbf{x}_k \tag{7}$$

体積の初期値 V_0 からの変化量を示す関数を

$$g(X) = V(X) - V_0 \tag{8}$$

とすると，体積が変化しない条件は $g(X) = 0$ なので，曲面の凹凸および体積を保存した変形は 式 (1) に示す制約付き最適化問題に帰着できる．

3.3　非線形制約の近似解法

本手法では，式 (1) の最適化問題を，Gauss-Newton 法の近似解法を用いた反復計算 [5)9)] によって解く．関数を

$$f(X) = \mathbf{A}X - \mathbf{b} \tag{9}$$

とすると，関数 $f(X)$ のヤコビアン $\mathbf{J}_f$ は，$\mathbf{J}_f = \mathbf{A}$ となるため，反復計算の各ステップにおいて，メッシュ頂点の微小な変化 $\mathbf{h}$ に関して，以下のように線形近似できる．

$$f(X+\mathbf{h}) \sim f(X) + \mathbf{A}\mathbf{h} \tag{10}$$

したがって，適当な近似解 X が与えられたとき，以下のような最適化問題を満たす $\mathbf{h}$ の解を求めることで，X のより良い近似解を計算できる．

$$\min_{\mathbf{h}} ||f(X) + \mathbf{A}\mathbf{h}||^2 \ \ \textbf{subject to} \ g(X+\mathbf{h}) = 0 \tag{11}$$

同様に $g(X)$ についても，$g(X)$ のヤコビアンを $\mathbf{J}_g$ と置き，以下の線形近似を行う．

$$g(X+\mathbf{h}) \sim g(X) + \mathbf{J}_g(X)\mathbf{h} \tag{12}$$

式 (11) をラグランジェの未定乗数法 [10)] を用いて，

$$E(\mathbf{h}) = ||\mathbf{A}\mathbf{h} + \mathbf{A}X - \mathbf{b}||^2 + \lambda(\mathbf{J}_g\mathbf{h} + g) \tag{13}$$

と置き，$\partial E/\partial \mathbf{h} = 0$, $\partial E/\partial \lambda = 0$ を計算する．λ は未定乗数である．このとき，λ, $\mathbf{h}$ は以下の式で計算できる．

$$\begin{aligned} \lambda &= -(\mathbf{J}_g(\mathbf{A}^T\mathbf{A})^{-1}\mathbf{J}_g^T)^{-1}(g - \mathbf{J}_g(\mathbf{A}^T\mathbf{A})^{-1}\mathbf{A}^T f) \\ \mathbf{h} &= -(\mathbf{A}^T\mathbf{A})^{-1}(\mathbf{A}^T f + \mathbf{J}_g^T \lambda) \end{aligned} \tag{14}$$

k 回目のステップで式 (14) により求められる $\mathbf{h}_k$ を用いて，

$$X_k = X_{k-1} + \mathbf{h}_k \tag{15}$$

として順次 X_k と $\mathbf{h}_k$ を更新することで，式 (1) の解を得ることができる．この計算では，X の初期値として初期形状の座標を用い，また，ユーザがマウス操作により形状を連続的に変形していくために変形量は微小となるので，このような近似を用いても解を安定的に算出できる．

3.4　平均値座標

本研究では，平均値座標 [11)12)] による変数の置き換えを行う．平均値座標では，メッシュの頂点 $\mathbf{x}_i$ を制御メッシュ座標 $\mathbf{p}_j$ と重み係数 w_{ij} を用いて以下のように表す．

$$\mathbf{x}_i = \sum_j w_{ij}\mathbf{p}_j \tag{16}$$

重み係数の計算法は，Ju らが文献 11) で詳しく述べているので，ここでは概略のみを示す．いま，メッシュの頂点座標 $\mathbf{x}$ を中心とする単位球面を考える．制御メッシュを構成する三角形 T_i をこの単位球面上に投影した図形 $\tilde{T}_i$ を考え，式 (17) のように，単位法線ベクトルの積分を計算する．このとき，制御メッシュは閉曲面であることから，曲面上の単位法線ベクトルは，互いに打ち消しあって値が 0 になる．

$$\sum_i \int_{\tilde{T}_i} \frac{\mathbf{p} - \mathbf{x}}{|\mathbf{p} - \mathbf{x}|} d\tilde{T}_i = 0 \tag{17}$$

この式を変形すると以下のようになる．

$$\begin{aligned} D &= \sum_i \int_{\tilde{T}_i} \frac{1}{|\mathbf{p} - \mathbf{x}|} d\tilde{T}_i \\ \mathbf{x} &= \frac{1}{D} \sum_i \int_{\tilde{T}_i} \frac{\mathbf{p}}{|\mathbf{p} - \mathbf{x}|} d\tilde{T}_i \end{aligned} \tag{18}$$

三角形 T_i 上の点 $\mathbf{p}$ は，三角形の頂点座標 $\mathbf{p}_j$, $\mathbf{p}_k$, $\mathbf{p}_l$ の線形和として $\mathbf{p} = \alpha\mathbf{p}_j + \beta\mathbf{p}_k + \gamma\mathbf{p}_l$ と書くことができるので，この関係式を式 (18) に代入して整理すると 式 (16) の表現を得ることができる．

3.5　領域分割による計算の高速化

本研究では，図 4 に示すように，頂点を覆っている制御メッシュに応じて，平均値座標の計算を行う．複数の制御メッシュに囲まれる頂点に関しては，式 (3) のようにブレンドする．この計算をすべての頂点 $\mathbf{x}_i$ に関して行うと，図 6 に示すように，平均値座標を成分に持つ行列 $\tilde{\mathbf{W}}$ を生成できる．よって，以下の式で変数を置き換える．

$$X = \tilde{\mathbf{W}}P \tag{19}$$

ここで，P は制御メッシュ頂点 $\{\mathbf{p}_j\}$ の座標 (x_j, y_j, z_j) を変数に持つベクトルである．本研究においては，式の置き換えにより，以下の最適化問題を解く．

$$\min_P ||\mathbf{A}\tilde{\mathbf{W}}P - \mathbf{b}||^2 \ \ \textbf{subject to} \ \ g(\tilde{\mathbf{W}}P) = 0 \tag{20}$$

算出された制御メッシュの頂点 P を式 (19) に代入することによって，メッシュモデルの頂点座標 X が計算できる．

ラグランジェの未定乗数法の繰り返し計算の各ステップは 式 (14) より，以下を満たす $\mathbf{h}_p$, λ_p を求める計算になる．ただし，ここでは，$\mathbf{M} = \tilde{\mathbf{W}}^T\mathbf{A}^T\mathbf{A}\tilde{\mathbf{W}}$ と置いた．

$$\begin{aligned}\lambda_p = &-(\mathbf{J}_g\tilde{\mathbf{W}}\mathbf{M}^{-1}(\mathbf{J}_g\tilde{\mathbf{W}})^T)^{-1}\\ &\{g - \mathbf{J}_g\tilde{\mathbf{W}}\mathbf{M}^{-1}(\mathbf{A}\tilde{\mathbf{W}})^T(\mathbf{A}\tilde{\mathbf{W}}P - \mathbf{b})\}\\ \mathbf{h}_p = &-\mathbf{M}^{-1}\{\mathbf{A}\tilde{\mathbf{W}})^T(\mathbf{A}\tilde{\mathbf{W}}P - \mathbf{b}) + (\mathbf{J}_g\tilde{\mathbf{W}})^T\lambda_p\}\end{aligned}$$

さらにこの式に関して，

$$\begin{aligned}Y &= \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{J}_g\tilde{\mathbf{W}})^T\\ Z &= \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{A}\tilde{\mathbf{W}})^T(\mathbf{A}\tilde{\mathbf{W}}P - \mathbf{b})\end{aligned} \tag{21}$$

と置くことにより，この計算は以下の 4 個の線形方程式を解く問題に帰着する．

$$\mathbf{M}Y = (\mathbf{J}_g\tilde{\mathbf{W}})^T \tag{22}$$

$$\mathbf{M}Z = (\mathbf{A}\tilde{\mathbf{W}})^T(\mathbf{A}\tilde{\mathbf{W}}P - \mathbf{b}) \tag{23}$$

$$(\mathbf{J}_g\tilde{\mathbf{W}}Y)\lambda_p = g - \mathbf{J}_g\tilde{\mathbf{W}}Z \tag{24}$$

$$\mathbf{M}\mathbf{h}_p = -(\mathbf{A}\tilde{\mathbf{W}})^T(\mathbf{A}\tilde{\mathbf{W}}P - \mathbf{b}) - (\mathbf{J}_g\tilde{\mathbf{W}})^T\lambda_p \tag{25}$$

ここで，$\mathbf{M}$ は正定値対称行列なので，コレスキー分解を施せば，下三角行列 $\mathbf{L}$ を用いて，$\mathbf{L}^T\mathbf{L}$ の形式で表現できる．本手法では，$\mathbf{M}$ が比較的疎な行列となるので，$\mathbf{L}$ もまた疎行列にできる [4)]．行列が上三角行列と下三角行列の積として表現できれば，解は前進代入と後進代入を用いて計算できるので，式 (22)(23)(25) を非常に高速に解くことができる．また，$(\mathbf{J}_g\tilde{\mathbf{W}}Y)$ はスカラなので， 式 (24) の λ_p の値は単純な割り算で得ることができる．

本研究においては，解の収束を，頂点座標の変化量がメッシュを囲むバウンディングボックスの大きさの 0.1 % 以下であることを基準として判定した．評価実験で示した例題においては，4 回から 5 回の繰り返し計算で収束している．なお，本研究で用いた計算の安定性については，文献 5) の条件数を用いた証明と同様の議論によって保証されている．

4. 評　価　実　験

図 8 では，単一制御メッシュを用いた場合には歪みが生じているが，3 分割制御メッシュを用いた本手法では良好な結果が得られている．これは，単一制御メッシュでは，サボテンの腕と胴体のように，位相的に離れていても距離が近ければ，互いに強い影響を受けるためである．

図 9 は制御メッシュの変形を可視化するために，制御メッシュとメッシュモデルを表示したものである．制御メッシュは変数変換のために導入されたもので，通常はユーザからは隠されている．この例では，足の先端を固定し，首の部分を移動させた．本手法では，オーバラップさせた制御メッシュに含まれる頂点が，異なる制御メッシュ間に変形を滑らかに伝播させていることがわかる．

図 10 は 図 1 と図 2 で示したメッシュモデルの変形例である．これらの例では，品質は単一制御メッシュとほぼ同等であるが，計算時間はほぼ 3 分の 1 になっている．

図 11 と **図** 1 は，制御メッシュ分割数による計算速度の変化を示している．図 11 のサボテンモデルは 5430 頂点で，トータルの制御メッシュ頂点数はどの分割数でも同じになるようにした．図 1 はこれらのモデルに関して，本論文で提案した手法で計算したときの計算時間と体積変化を示している．この結果から，k 個の制御メッシュに分割することによって，体積を保存させた変形の計算時間は概ね $1/k$ に減少することがわかる．

ただし，制御メッシュの頂点数の総和を一定に保つとき，制御メッシュの個数が多くなると，個々の制御メッシュの頂点数は少なくなる．その結果，変形の自由度が少なくなり，品質が落ちることが考えられる．我々の実験では，制御メッシュの頂点数が 30 個以下になると，品質の低下が見られた．このような場合には，制御メッシュの個数を抑えるか，制御メッシュの頂点数の総和を増加させる必要がある．我々の手法では，制御メッシュの頂点数の総和をある程度増加させても，高速かつ高品質な変形が可能である．

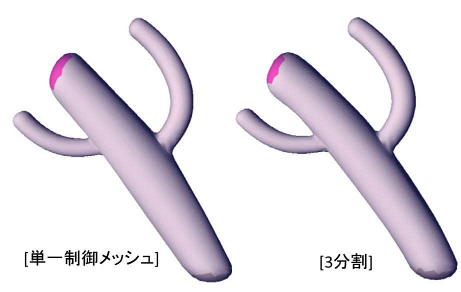

図 8　単一制御メッシュと 3 個の制御メッシュの変形の比較
Comparison of deformations by a single and three lattices.

5. む　す　び

本研究では，非線形制約を含むメッシュ変形を高速かつ

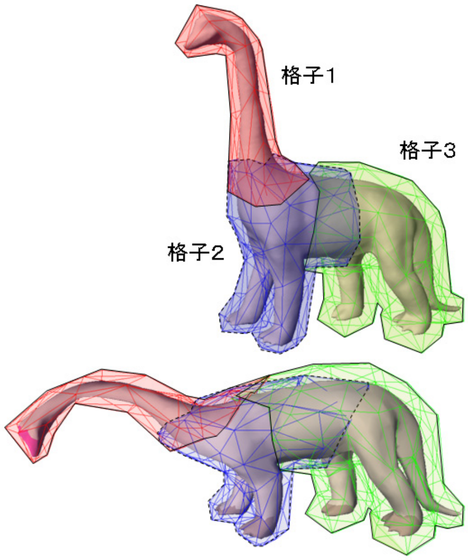

図 9　制御メッシュ間の変形の伝播
Propagation of deformation between lattices.

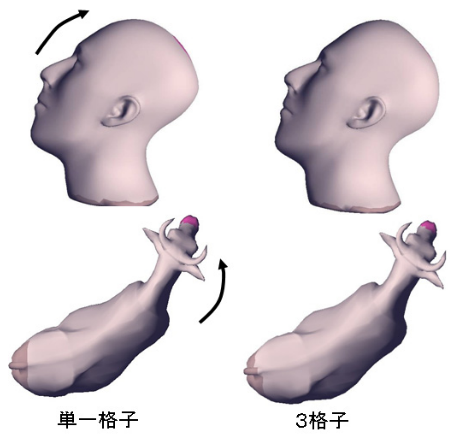

図 10　体積保存変形の例
Deformation by multiple lattices.

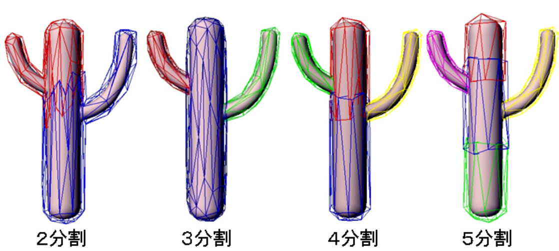

図 11　複数制御メッシュによる変形
Deformation by multiple lattices.

高品質に行うための手法を提案した．本手法では，計算コストの大きな非線形最適化問題に対し，複数の制御メッシュを用いた変数の置き換えを行い，計算量を削減した．それによって，単一制御メッシュを用いた従来研究の問題であった制御メッシュ頂点数に関する制約を改善することができた．

今後の課題として，変形の品質を保ちながらどの程度まで領域を分割できるかの検証や，領域分割を自動的に行うための手法を検討することが必要である．さらに，GPU を用いた実装による計算速度の向上や，さらなる高品質化を

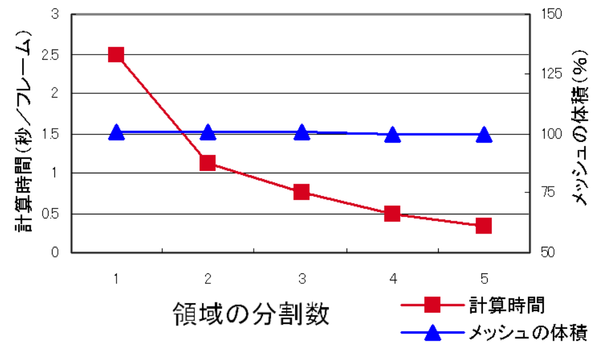

表 1　制御メッシュの分割数による計算速度の変化
Timing of deformations by multiple lattices.

実現するための制約などを検討していきたい．

〔文　献〕

1）M.Botsch and L.Kobbelt : "An intuitive framework for real-time freeform modeling," ACM Trans. Graphics, **23**, 3, pp. 630-634 (2004)
2）O.Sorkine, Y.Lipman, D.Cohen-Or, M.Alexa, C.Rössl, and H.Seidel : "Laplacian surface editing," Proc. of Geometry Processing, pp. 175-184 (2004)
3）Y.Yu, K.Zhou, D.Xu, X.Shi, H.Bao, B.Guo, and H-Y.Shum : "Mesh editing with poisson-based gradient field manipulation," ACM Trans. Graph., **23**, 3, pp.644-651 (2004)
4）M.Botsch, D.Bommes, L.Kobbelt: "Efficient Linear System Solvers for Mesh Processing", IMA Conference on the Mathematics of Surfaces, pp.62-83 (2005)
5）J.Huang, X.Shi, X.Liu, K.Zhou, L-Y.Wei, S-H.Teng, H.Bao, B.Guo, and H-Y.Shum: " Subspace gradient domain mesh deformation ", ACM Trans. Graph., **25**, 3, pp.1126-1134 (2006)
6）M.Botsch, M.Pauly, M.Wicke, and M.Gross: "Adaptive space deformations based on rigid cells", Computer Graphics Forum, **26**, 3, pp.339-347 (2007)
7）M.Garland, and P.Heckbert: "Surface simplification using quadric error metrics", Proc of SIGGRAPH 97, pp.206-216 (1997)
8）M.Meyer, M.Desbrun, P.Schr ̈oder, and A.H.Barr: "Discrete differential-geometry operatorsfor triangulated 2-manifolds", Visualization and Mathematics III, pp.35-57 (2003)
9）T.Steihaug: "An inexact gauss-newton approach to mildly nonlinear problems", Tech. rep., Dept. of Mathematics, University of Linkoping (1995)
10）K.Madsen, H.Nielsen, and O.Tingleff: "Optimization with constraints", Tech. rep., Informatics and Mathematical Modelling, Technical University of Denmark (2004)
11）T.Ju, S.Schaefer, and J.Warren: " Mean value coordinates for closed triangular meshes ", ACM Trans. Graph. 24, 3, pp.561-566 (2005)
12）M.S.Floater, G.Kos, and M.Reimers: "Mean value coordinates in 3d". CAGD **22**, pp.623-631 (2005)

土場健太郎（ど ばけんたろう）　2008 年，東京大学工学部システム創成学科知能社会システムコース卒業．2008 年，同大大学院情報理工学系研究科修士課程在学中．バーチャルリアリティ，コンピュータグラフィックスに関する研究に従事．

増田　宏（ますだ ひろし）　1985 年，東京大学工学部精密機械工学科卒業．1987 年，同大大学院工学系研究科修士課程修了．同年日本アイ・ビー・エム (株) 東京基礎研究所．1998 年，東京大学人工物工学研究センター助教授，2003 年より東京大学大学院工学系研究科准教授．形状モデリング，コンピュータグラフィックス，CAD に関する研究に従事．工学博士．正会員．