

# アセンブリモデルのインタラクティブな変形操作

東京大学 増田宏 ○小川健太

## Interactive Mesh Deformation for Assembly Parts

○The University of Tokyo, Hiroshi Masuda, Kenta Ogawa

Surface-based and volume-based deformation methods are well known for interactively deforming mesh models. Typical surface-based methods deform mesh models so that constraints on vertices, edges, and faces are satisfied. However, these methods cannot simultaneously deform multiple disconnected mesh components. On the other hand, volume-based methods can handle multiple disconnected components, but it is not easy to satisfy various constraints on mesh models. We propose an interactive mesh deformation technique that can handle multiple disconnected mesh components while preserving constraints on mesh models. In our method, a closed bounding mesh is generated for assembly models and it is used for propagating deformation from one part to other parts using mean value coordinates. In our experiments, our method could deform assembly parts in an interactive manner.

### 1. 目的

コンセプトが要求された性能を満たすかどうか検証するためには、シミュレーションツールを用いることが有効であるが、開発初期には詳細な CAD モデルが存在しない。そのため、既存のメッシュモデルを編集して設計の評価に用いる手法が有用となる。

近年、インタラクティブなメッシュ変形の研究が盛んである。代表的な手法として、サーフェスベース法とボリュームベース法があるが、これらには一長一短がある。前者は、頂点やエッジに制約条件を与えることが容易であるが、非連結なモデル間に制約を伝播させることができない。一方、ボリュームベース法は、空間を変形させることでその内部のモデルを変形するので、非連結なモデルにも適用できるが、頂点やエッジに制約条件を与えることは容易ではない。設計評価ではアセンブリモデルを対象にすることが多いため、これらの利点を併せ持った変形手法が望ましい。

本手法は、制約を満たしながら複数のメッシュを同時に変形するために、形状特徴を保存するサーフェス変形手法[1]と平均値座標(mean value coordinates)を用いたボリュームベース変形手法[2]を組み合わせた手法を提案する。

### 2. インタラクティブ・デフォーメーション

#### 2.1 サーフェスベースの変形

Masuda ら[1] は形状特徴制約を満たす変形手法を提案した。 $\kappa_i$  を平均曲率、 $\mathbf{n}_i$  を法線ベクトル、 $A_i$  をボロノイ面積、 $N(i)$  を頂点 $\mathbf{p}_i$  の 1 近傍の頂点の添字集合とするとき、メッシュの頂点 $\mathbf{p}_i$  ( $i \in \Lambda$ ) での平均曲率法線は次式で計算できる。

$$\kappa_i \mathbf{n}_i = \mathbf{L}(\mathbf{p}_i) \equiv \frac{1}{4A_i} \sum_{j \in N(i)} (\cot \alpha_{ij} + \cot \beta_{ij})(\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j) \quad (1)$$

位置制約と形状特徴制約を式(2)のように置くことができる。形状特徴制約は、特定領域内の頂点の相対位置を固定するための制約である。ここで、 $\hat{\mathbf{p}}_i$  は初期メッシュの頂点座標、位置制約を付加された頂点の添字集合を $\Lambda_p$ 、形状特徴制約を付加されたエッジ( $i, j$ )の集合を $E_f$ 、 $R_i$  は平均曲率法線の法線ベクトルを回転する行列とする。

$$\begin{cases} \mathbf{p}_j = \mathbf{u}_j & i \in \Lambda_p \\ \mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j = \mathbf{R}_i(\hat{\mathbf{p}}_i - \hat{\mathbf{p}}_j) & (i, j) \in E_f \end{cases} \quad (2)$$

回転行列 $R_i$  は、各頂点での回転軸 $\mathbf{n}_i$  と回転角 $\theta_i$  で一意に定ま

る。そこで、各頂点に次式の四元数の対数 :

$\mathbf{r}_i = \ln(\cos(\theta_i/2) + \hat{\mathbf{n}}_i \sin(\theta_i/2)) = (\theta_i/2)\hat{\mathbf{n}}_i$   
を割り当て、式(3)で示される制約式を解く。

$$\begin{cases} \mathbf{L}(\mathbf{r}_i) = 0 & (i \in \Lambda) \\ \mathbf{r}_j = \mathbf{c}_j & (j \in \Lambda_p), \quad \mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j = 0 \quad ((i, j) \in E_f) \end{cases} \quad (3)$$

平均曲率法線に関する制約を最小 2 乗制約、位置制約と形状特徴制約を厳密制約と考え、Lagrange の未定定数法を用いて計算する。式(1)(2)と式(3)はいずれも同じ対称行列 $M$ を用いて  
 $M(\mathbf{x}, \lambda)^T = \mathbf{b}$  という形式と書ける。 $M$  は疎行列なので、一度、LU 分解をしておけば、異なる  $\mathbf{b}$  に対してインタラクティブな速度で計算することが可能になる[1]。

#### 2.2 ボリュームベースの変形

Ju ら[2] と Floter ら[3] は、閉じた三角形メッシュ $S$  の頂点座標の線形和として、任意の点 $\mathbf{p}_i$  を以下のように表した。

$$\mathbf{p}_i = \sum_j w_{ij} \mathbf{q}_j \quad (4)$$

$\{\mathbf{q}_j\}$  はメッシュ $S$  の頂点座標、 $\{w_{ij}\}$  は重みである。この重みを固定することで、メッシュ $S$  の変形に追従した変形ができる。重みの計算では、点 $\mathbf{p}_i$ を中心とする単位球面上にメッシュ $S$  を投影した図形 $\tilde{S}$  に関して、式(5)が一般に成立する。

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_i &= \int_{\tilde{S}} \frac{\mathbf{q}}{|\mathbf{q} - \mathbf{p}_i|} d\tilde{S} / \int_{\tilde{S}} \frac{1}{|\mathbf{q} - \mathbf{p}_i|} d\tilde{S} \\ &= \left( \sum_j \int_{\tilde{T}_j} \frac{\mathbf{q}}{|\mathbf{q} - \mathbf{p}_i|} d\tilde{T}_j \right) / \int_{\tilde{S}} \frac{1}{|\mathbf{q} - \mathbf{p}_i|} d\tilde{S} \end{aligned} \quad (5)$$

$S$  を構成する三角形 $T_i$  上の点 $\mathbf{q}$  は、三角形の頂点座標の線形和として、 $\mathbf{q} = \alpha(\tilde{\mathbf{q}}) \cdot \mathbf{q}_i + \beta(\tilde{\mathbf{q}}) \cdot \mathbf{q}_j + \gamma(\tilde{\mathbf{q}}) \cdot \mathbf{q}_k$  とかける。この関係式を式(5)に代入して整理すると、その計算結果は式(4)の形式になる[2][3]。

### 3. アセンブリモデルのデフォーメーション

#### 3.1 手法の概要

2 章のサーフェスベースの変形とボリュームベースの変形は、いずれも線形式で記述されているため、これらを線形方程式で関連付けることができ、両者を連動させることができる。

Fig 1 は、その手順を示している。 (a) まず、アセンブリ部品を囲むメッシュ（以後、制御メッシュと呼ぶ）を生成する。部品モデルの各頂点は、式(4)で示したような形式で、制御メッシュの頂点と関係付ける。 (b) 次に、一つの部品を 2.1 で示した方法で変形する。 (c) 変形後の部品モデルの頂点座標を用いて、制御メッシュの頂点を最小 2 乗法によって計算する。 (d) 最後に、制御メッシュを用いて他の部品を変形する。この際、他の部品に位置制約や形状特徴制約が付いていれば、式(2)の位置制約を与えたされた頂点のみを制御メッシュを用いて移動した後、サーフェスベースの変形を施す。

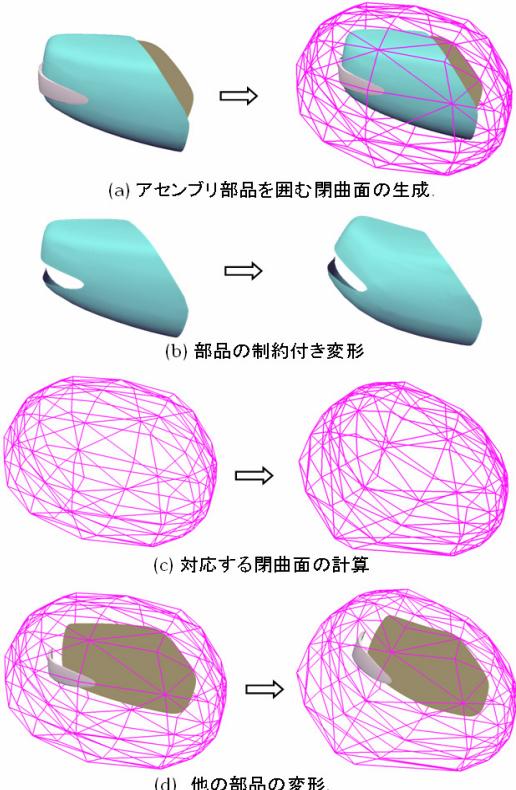


Fig 1. アセンブリ部品の変形手順

### 3.2. 制御メッシュの算出

制御メッシュの算出方法を Fig 2 に示す。まず、アセンブリモデルの全頂点を用いて、有向バウンディングボックス(OBB)を計算した後、Catmull-Clark 再分割を2回施す。次に、元の直方体の8頂点に相当する頂点を元のOBBの座標に拘束し、各頂点に  $L(p_i) = 0$  を制約として与えて、頂点座標を算出する。

### 3.3. 制御メッシュの計算

式(4)で  $\{p_i\}$  の個数が  $\{q_j\}$  よりも多いので、最小2乗法によって 制御メッシュ  $\{q_j\}$  を算出できる。しかし、この線形システムは不安定である。Fig 3 は、(a)に初期モデルとその制御メッシュを示している。変更後の(b)と(c)のモデルは似ているが、それらの制御メッシュは著しく異なっており、(c)の発散した制御メッシュでは、他のモデルの変形には利用できない。

そこで、制御メッシュの滑らかさの指標を加えた次式によって制御メッシュを計算する。Fig 1 (c) はこの式を用いて計算したもので、十分安定して計算できている。ここで、 $c$  は定数 (0.1 程度)、 $n_p$  と  $n_m$  はそれぞれメッシュモデルと制御メッシュの頂点数である。

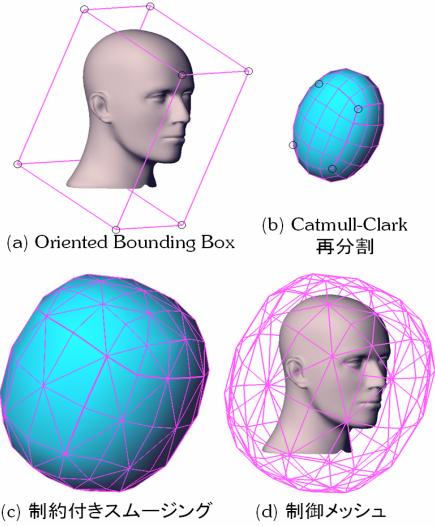


Fig 2. 制御メッシュ

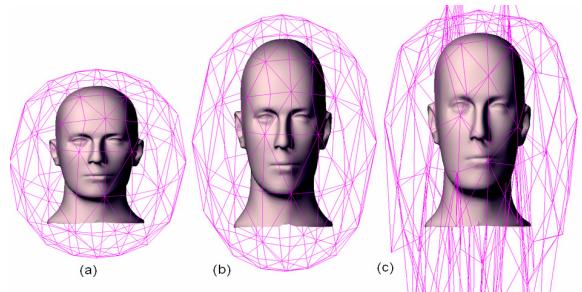


Fig 3. メッシュモデルに対応する制御メッシュ

$$\min \left\{ \sum_{i \in \Lambda} (\mathbf{p}_i - \sum_j w_{ij} \mathbf{q}_j)^2 + c \cdot \frac{n_p}{n_m} \sum \mathbf{L}(\mathbf{q}_j)^2 \right\} \quad (6)$$

### 4. 実験結果

Fig 1 に示した部品に対して本手法を適用した。(b) のミラーフードは 706 頂点、(d) の2部品は 1264 頂点と 500 頂点、制御メッシュは 98 頂点である。3個のモデルの平均値座標を算出するのに要した時間は 4.21 sec、ミラーフードの変形の前処理(LU 分解)は 0.25 sec、制御メッシュの計算を行う前処理(コレスキ一分解)は 1.73 sec を要した。これらの計算を行った後は、マウスの移動に追従して、3個の部品をインタラクティブに変形できることを確認した。使用した計算機は、1.50GHz Pentium-M のノート PC である。

### 5. まとめ

本稿では、偏微分方程式に基づくメッシュ変形と平均値座標を用いたボリュームベース変形手法を組み合わせて、設計制約を満たすアセンブリ部品の変形手法を示した。今後は、部品間の適切な制約伝播の方法についてさらに検討していきたい。

### 参考文献

1. H.Masuda, Y.Yoshioka, Y.Furukawa, "Preserving Form-Features in Interactive Mesh Deformation," LNCS 4077 (GMP2006), 207-220.
2. T. Ju, et al. "Mean Value Coordinates for Closed Triangular Meshes," ACM Trans. Graph. 24, 3. 561-566.
3. M. S. Floater, et al. "Mean value coordinates in 3D," Computer Aided Geometric Design, 22(7), 2005, 623-631