

立体要素を含んだメッシュモデルのデフォーメーション手法

東京大学 ○小川健太 増田宏

A Deformation Technique for Volumetric Mesh Models

The University of Tokyo, OKenta Ogawa, Hiroshi Masuda

A mesh deformation is useful for providing various shapes of meshes for CAE tools. So far, mesh deformation techniques have been intensively studied, but techniques for volumetric mesh models are very few. As one of the methods, deformation based on volumetric graph Laplacian has been proposed, but this technique is not useful for deforming existing volumetric mesh models, because the method has to reconstruct the structure of volumetric meshes. We propose a new interactive mesh deformation technique for deforming existing volumetric mesh models while preserving engineering constraints on the models. In our method, we assign mean curvature normals at vertices on the boundary of 3D meshes and mean value coordinates at internal vertices. Mean value coordinates are calculated using one-ring neighbors at each internal vertex. In our experiments, our method could deform volumetric mesh models in an interactive manner.

1. 目的

近年、製造業において設計性能を早期検証するためにCAEツールを利用したいという要求が強くなっている。特に、詳細形状が決まっていないコンセプト段階で基本性能を検証したいという要求は多い。しかし、このコンセプト段階においては、モデルがないことが多く、FEMモデルを作成するのに非常に多くの時間・コストがかかる。そこで、既存のFEMモデルを容易に編集できれば、早期検証するのに非常に有益であると考えられる。この既存のFEMモデルは、シェル要素やテトラ要素など複数の要素形状を含み、各要素には解析条件が設定されている。シェル構造のモデルを編集する方法としては、Masuda[1]らによって設計制約を満たしながら変形する方法が提案されている。テトラ要素などの立体要素を含むモデルを編集する方法としては、Zhou[2]らによってVolumetric graphを構築して変形する手法が提案されているが、四面体メッシュを再構築しなければならないため、解析条件が設定されたモデルでは解析条件を引き継ぐことが出来ない。

本稿では、立体要素を含んだメッシュモデルに対して、物体表面に属する頂点の平均曲率と物体内部の頂点の平均値座標 (mean value coordinates) を保存することで、立体要素を再構築することなく、設計制約を満たすインタラクティブなメッシュ変形手法を提案する。

2. デフォーメーション手法のフレームワーク

2.1. 物体表面の制約

物体表面の頂点に関する制約を以下のように定義する。 A_i を頂点 \mathbf{p}_i に関するボロノイ面積、 $N(i)$ を頂点 \mathbf{p}_i の1近傍の頂点の添字集合とすると、メッシュの頂点 \mathbf{p}_i ($i \in \Lambda$) での平均曲率法線は次式で計算できる。ここで、 α_j と β_j は、エッジ (i, j) に隣接する二つの三角形の頂点角、 δ_i は初期メッシュの平均曲率法線、 R_i は平均曲率法線ベクトルを回転する行列である。

$$\mathbf{L}(\mathbf{p}_i) \equiv \frac{1}{4A_i} \sum_{j \in N(i)} (\cot \alpha_{ij} + \cot \beta_{ij})(\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j) = R_i \delta_i \quad (1)$$

2.2. 位置制約と形状特徴制約

位置制約は、ユーザがモデル上で指定するもので、固定領域と変形を制御するためのハンドル領域がある。また、形状特徴制約は、特定領域の形状が変形しないように固定する制約である。これらの制約は、式(2)のように置くことができる。ここで、初

期メッシュの頂点座標を $\hat{\mathbf{p}}_i$ 、位置制約を付加された頂点の添字集合を Λ_p 、形状特徴制約を付加されたエッジ (i, j) の集合を E_f 、平均曲率法線ベクトルを回転する行列を R_i とする。

$$\begin{cases} \mathbf{p}_i = \mathbf{u}_i & i \in \Lambda_p \\ \mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j = R_i(\hat{\mathbf{p}}_i - \hat{\mathbf{p}}_j) & (i, j) \in E_f \end{cases} \quad (2)$$

回転行列 R_i は、各頂点での回転軸 \mathbf{n}_i と回転角 θ_i で一意に定まる。そこで、各頂点に次式の数値の対数：

$$\mathbf{r}_i = \ln(\cos(\theta_i/2) + \hat{\mathbf{n}}_i \sin(\theta_i/2)) = (\theta_i/2)\hat{\mathbf{n}}_i$$

を割り当て、式(3)で示される制約式を解く。

$$\begin{cases} \mathbf{L}(\mathbf{r}_i) = 0 & (i \in \Lambda) \\ \mathbf{r}_j = \mathbf{c}_j & (j \in \Lambda_p), \quad \mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j = 0 \quad ((i, j) \in E_f) \end{cases} \quad (3)$$

2.3. 物体内部の制約

Juら[3]とFloterら[4]は、閉じた三角形メッシュ S の頂点座標の線形和として、 S で囲まれた領域の内部にある任意の点 \mathbf{p}_i を以下のように表した。

$$\mathbf{p}_i = \sum_j w_{ij} \mathbf{q}_j \quad (4)$$

$\{\mathbf{q}_j\}$ はメッシュ S の頂点座標、 $\{w_{ij}\}$ は重みである。この重みを固定することで、メッシュ S が変形したとき、内部の点も追従して変形する。重みは、点 \mathbf{p}_i を中心とする単位球面上にメッシュ S を投影した図形 \tilde{S} に関して、式(5)が一般に成立することを利用して計算する。

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_i &= \int_{\tilde{S}} \frac{\mathbf{q}}{|\mathbf{q} - \mathbf{p}_i|} d\tilde{S} / \int_{\tilde{S}} \frac{1}{|\mathbf{q} - \mathbf{p}_i|} d\tilde{S} \\ &= \left(\sum_j \int_{\tilde{T}_j} \frac{\mathbf{q}}{|\mathbf{q} - \mathbf{p}_i|} d\tilde{T}_j \right) / \int_{\tilde{S}} \frac{1}{|\mathbf{q} - \mathbf{p}_i|} d\tilde{S} \end{aligned} \quad (5)$$

メッシュ S を構成する三角形 T_i 上の点 \mathbf{q} は、三角形の頂点座標の線形和として、 $\mathbf{q} = \alpha(\tilde{\mathbf{q}}) \cdot \mathbf{q}_i + \beta(\tilde{\mathbf{q}}) \cdot \mathbf{q}_j + \gamma(\tilde{\mathbf{q}}) \cdot \mathbf{q}_k$ とかける。この関係式を式(5)に代入して整理すると、その計算結果は式(4)の形式になる[3][4]。

2.4. 頂点座標の計算

平均曲率法線に関する制約、位置制約と形状特徴制約、物体内部の制約は、線形方程式で記述でき、これらの制約を保存する

ように最小二乗法で算出する。位置制約と形状特徴制約は厳密制約と考え、Lagrange の未定定数法を用いて計算する。式(1)(2)と式(3)は同じ対称行列Mを用いて $M(\mathbf{x} - \lambda)^T = \mathbf{b}$ という形式に書ける。Mは疎行列なので、一度、LU分解をしておけば、異なる \mathbf{b} に対してインタラクティブに計算することが可能になる。ただし、ここでは、式(4)に相当する制約として、以下で述べる式(6)を線形システムに加える。

3. 立体要素を含むメッシュの変形手法

本手法は、以下の手順で計算される。

a. 物体表面と物体内部の頂点に分類

物体表面では平均曲率法線を計算し、物体内部では平均値座標を用いるため、各頂点を、物体の表面上の頂点と物体内部の頂点のいずれかに分類する (Fig1 (a)) .

b. 物体表面の頂点に平均曲率法線の制約を設定

物体表面上の頂点だけを用いて、式(1)を計算する。

c. 物体内部の頂点に平均値座標を設定

物体内部の各頂点で、内部頂点から1近傍離れた頂点群から構成される多面体を制御格子とみなし、平均値座標を計算する (Fig1 (b)) . ただし、式(4)で計算した重みは無次元であり、式(1)の平均曲率の重みと次元が合わないため、自然な変形結果は得られない。そこで、内部点の制約式に以下に示す式(6)を用いる。

$$\frac{k}{A_i} \sum_{j \in N(i)} w_{ij} (\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j) = 0 \quad (6)$$

ここで、 A_i は制御格子の多面体の面積である。また、 k は物体表面と物体内部の点の相対的な重みを与える。ここでは、 $k=1$ として計算を行った。なお、内部頂点の式では右辺がゼロなので、式(1)で必要となった回転は必要ない。

d. 頂点座標の計算

式(1)、式(2)と内部頂点の式(6)を連立一次方程式として解くことで、頂点座標が計算される。回転については、式(6)で \mathbf{p}_i を \mathbf{r}_i に置き換えた式を式(3)に加えて解く。この計算によって、制約を満たしながら、物体表面と内部頂点を同時に変形させることができる (Fig1 (c)) .

4. 実験結果

Fig2 (a) に示したモデルに対して本手法を適用した。このモデルは、3628 頂点 (物体内部970 頂点) で構成されている。このモデルの前処理時間は、1.79sec を要した。この前処理時間とは、平均値座標を算出し、LU 分解するのに要した時間である。これらの計算を行った後は、マウスの移動に追従して、インタラクティブに変形できることを確認した。使用した計算機は、2.16GHz×2 Core Duo のノートPCである。

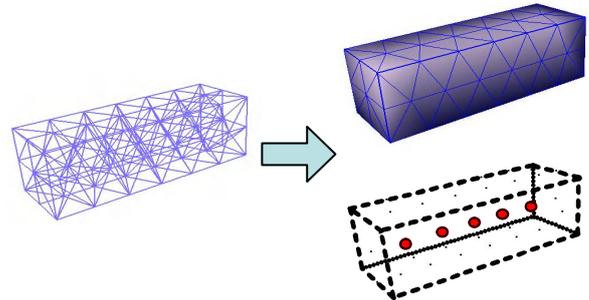
5. まとめ

本稿では、立体要素で構成されたメッシュモデルに対して、物体内部の頂点に平均値座標を用いて1近傍離れた頂点との間に線形方程式で関連付け、物体表面の頂点を偏微分方程式に基づくメッシュ変形を行うことで、立体要素を含むモデルを変形させる方法を示した。今後は、シェル要素や立体要素の混合モデルに対して、設計制約と等価になる適切な制約を与えた変形方法について検討していきたい。

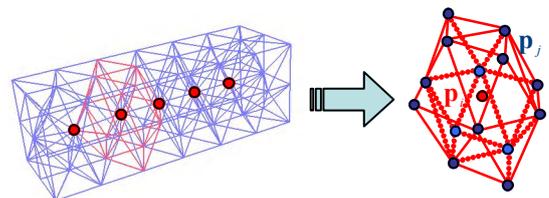
参考文献

1. H.Masuda, Y.Yoshioka, Y.Furukawa, "Preserving Form-Features in Interactive Mesh Deformation," LNCS 4077 (GMP2006), 207-220.

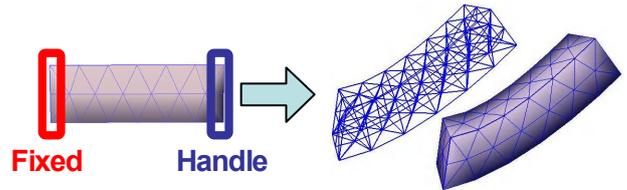
2. K.Zhou, et al. "Large Mesh Deformation Using the Volumetric Graph Laplacian", Proceedings of ACM SIGGRAPH 2005, 496-503.
3. T. Ju, et al. "Mean Value Coordinates for Closed Triangular Meshes," ACM Trans. Graph. 24, 3, 561-566.
4. M. S. Floater, et al. "Mean value coordinates in 3D," Computer Aided Geometric Design, 22(7), 2005, 623-631



(a) 物体表面(右上)と物体内部(右下)の頂点に分類



(b) 物体内部の点に平均値座標を設定



(c) デフォーメーションの実施

Fig1. 立体要素を含むメッシュ変形の手順

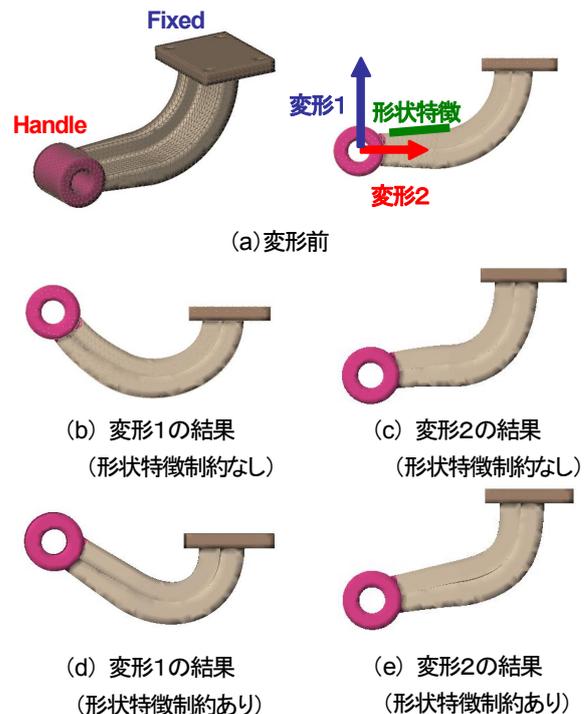


Fig2. 立体要素の変形結果